

MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN MULTI-RESPUESTA: ESTUDIO COMPARATIVO

Armando Mares Castro¹, Jorge Domínguez Domínguez²



¹Tecnológico Nacional de México/ ITS de Purísima del Rincón. Blvd. Del Valle # 2301, Guardarrazas. Purísima del Rincón, Guanajuato. México. C.P. 36413.

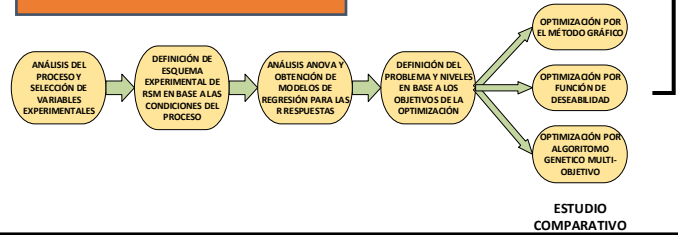
²Centro de Investigación en Matemáticas, Unidad Aguascalientes, F. Bartolomé de las Casas # 314, Aguascalientes, Aguascalientes. México. C.P. 20259.



ANTECEDENTES Y OBJETIVO

La información que se genera mediante la aplicación de un experimento permite construir modelos estadísticos que permiten alcanzar situaciones óptimas. En esta investigación se analiza la eficiencia de dos métodos de optimización multi-respuesta en presencia/ ausencia de correlación entre las variables de respuesta.

ESTUDIO COMPARATIVO



METODOLOGÍA

En el marco de una investigación se requiere métodos para conseguir la información de los procesos. A continuación, se siguen procedimientos estadísticos para construir modelos sobre las variables de respuesta a partir de los datos generados del estudio. Esta metodología, nos permite plantear el esquema de optimización que se requiere para el proceso. Para alcanzar esta meta en el presente estudio se proponen dos métodos de optimización y complementa la investigación la evaluación de la eficiencia de estos.

Gráfico 1. Caso de estudio

Gráfico 2. Planteamiento y Modelado

Planteamiento del problema de optimización:

Matriz de información D_{mp} Matriz de respuesta Y_{mp}

$$D = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{np} \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} y_{11} & \dots & y_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & \dots & y_{nr} \end{pmatrix}$$

Modelo

$$Y_j = Z'(x)\delta_j + \epsilon_j, \quad j = 1, \dots, r. \quad Z(x) \text{ es una matriz } (n \times q)$$

Gráfico 3. Planteamiento de Optimización

Planteamiento de optimización

El problema consiste en determinar la combinación que produzca el óptimo global

Optimiza: Y_i
Sujeto a: $Y_i = Q_i$
 $Y_i = Q_{-i}$
 $x \in \mathcal{R}$, región experimental

Un planteamiento más general del problema de optimización en presencia de J objetivos O_j

Optimizar: $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_J\}$
Sujeto a: $g(O_j), j = 1, 2, \dots, m$
 $x \in \mathcal{R}$, región experimental

Gráfico 4. Optimización por DF y MOGA

Modelo: Optimiza la función de deseabilidad

$$d_j(\hat{Y}_j(x)) = \begin{cases} 0 & \text{si } \hat{Y}_j(x) \leq Y_j^{min} \text{ o } \hat{Y}_j(x) \geq Y_j^{max} \\ 1 - \frac{\hat{Y}_j(x) - Y_j^{min}}{Y_j^{max} - Y_j^{min}} & \text{si } Y_j^{min} < \hat{Y}_j(x) \leq M_j \\ 1 - \frac{M_j - \hat{Y}_j(x)}{M_j - Y_j^{max}} & \text{si } M_j \leq \hat{Y}_j(x) < Y_j^{max} \end{cases}$$

Maximizar D $D = (d_1^m, d_2^m, \dots, d_m^m)^T \cdot \hat{Y}_m$

Algoritmo Genético

$F(x) = [F_1(x), F_2(x), \dots, F_m(x)]$ $\text{Min } F(x)$
 $\hat{Y}_j(x) = M_j$
 $\hat{Y}_j(x) \leq M_j$
 $V_j \leq x \leq V_j$

Gráfico 5. Análisis de correlación

Gráfico 6. Planteamiento para ambos casos y corrección en base al análisis de correlación

Caso 1 Planteamiento original	Caso 1 Planteamiento modificado	Caso 2 Planteamiento
$\max(\hat{Y}_1(x), \hat{Y}_2(x))$	$\max(\hat{Y}_1(x), \hat{Y}_2(x))$	$\max(\hat{Y}_1(x), \hat{Y}_2(x))$
s.t. $\hat{Y}_1(x) \geq 120$	s.t. $120 \leq \hat{Y}_1(x) \leq 140$	s.t. $0.40 \leq \hat{Y}_1(x) \leq 0.45$
$\hat{Y}_2(x) \geq 1000$	$1200 \leq \hat{Y}_2(x) \leq 1400$	$300 \leq \hat{Y}_2(x) \leq 340$
$400 \leq \hat{Y}_3(x) \leq 600$	$\hat{Y}_3(x) = 500$	$\hat{Y}_3(x) = 67.5$
$60 \leq \hat{Y}_4(x) \leq 75$	$\hat{Y}_4(x) = 67.5$	$-1 \leq \hat{Y}_4(x) \leq 1$
$-1.63 \leq \hat{Y}_4(x) \leq 1.63$	$-1.63 \leq \hat{Y}_4(x) \leq 1.63$	$x_i \in \mathbb{R}$

RESULTADOS

Resultados para el caso 1

Method	x_1^*	x_2^*	x_3^*	\hat{Y}_1	\hat{Y}_2	\hat{Y}_3	\hat{Y}_4	Dis*
DFN	0.1550	0.6888	-0.9310	135.4170	1400.0000	441.9410	69.8320	0.1255
MOGA	-0.0982	0.1269	-1.1842	125.1511	1251.5090	500.0000	67.5000	0.1499

Resultados para el caso 2

Method	x_1^*	x_2^*	x_3^*	\hat{Y}_1	\hat{Y}_2	\hat{Y}_3	Dis*
DFN	-1.0000	0.2460	-1.0000	0.4240	385.0730	67.5000	0.0688
MOGA	-1.0000	0.2463	-1.0000	0.4246	385.0847	67.5000	0.0688

CONCLUSIONES

En el caso 1 sobre el proceso de llantas, se observó que el método de la función de deseabilidad beneficia a Y1 y Y2, pero no a Y3 y Y4, se observa una mayor eficiencia en objetivos del tipo maximizar y en conjunto genera la mejor solución. Por el método del algoritmo genético multi-objetivo se observa que beneficia a Y3 y Y4, pero no a Y1 y Y2, la solución también es aceptable. Para el caso 2 se obtuvo la misma solución tanto por el método de la función de deseabilidad como por el método del algoritmo genético multi-objetivo.

Referencias:

- Derringer, G., Suich, R.: Simultaneous Optimization of Several Response Variables, *Journal of Quality Technology*. 12(4): 214-219 (1980). doi:10.1080/00224065.1980.11980968.
- Mares, A., Domínguez, J.: Experimentation and Multi-objective Optimization in Manufacturing of Rubber for Shoe Sole. In: García, J.L., Sánchez, J.L., Gil, A.J.(eds) *Techniques, Tools and Methodologies Applied to Quality Assurance in Manufacturing*, Springer, Cham, (2021). doi:org/10.1007/978-3-030-69314-5-9